

Elektrostatik maydonni ilmiy asosda tahlil qilish va hisoblash metodikasi

Gauss teoremasi elektrostatikaning fundamental qonunlaridan biri bo'lib, elektr maydon kuchlanganligi vektorining yopiq sirt orqali oqimini shu sirt ichida joylashgan zaryad bilan bog'laydi. Teorema Kulon qonuniga ekvivalent bo'lib, ayniqsa sferik, silindrik va tekis simmetriyaga ega zaryad taqsimotlarining elektr maydonini hisoblashda kuchli matematik vosita hisoblanadi. Uning integral ko'rinishi global, differensial ko'rinishi esa maydonning har bir nuqtadagi lokal xususiyatini ifodalaydi.

Darsning maqsadi

Talabalarda elektr oqimi, yopiq sirt, Gauss sirti, qamrab olingan zaryad, divergensiya va hajmiy zaryad zichligi tushunchalari o'rtasidagi mantiqiy bog'lanishni shakllantirish; Gauss teoremasining integral hamda differensial shakllarini chiqarish; simmetriyadan foydalanib elektr maydonni hisoblash ko'nikmasini rivojlantirish.

Nuqtaviy zaryad uchun sferik Gauss sirti

Gauss sirti S

- $+q$ – nuqtaviy musbat zaryad
- S – sferik Gauss sirti (radiusi R)
- $\vec{E}$ – elektr maydon chiziqlari (radial)
- Yuzi normal $\vec{n}$ tashqariga yo'nalgan

Gauss qonuni

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

Yopiq sirt orqali elektr siljish vektorining oqimi sirt ichidagi erkin zaryadga teng.

Bu holatda:

- $\vec{D}$ barcha nuqtalarda radial va $d\vec{S}$ ga parallel.
- $|\vec{D}| = D = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{R^2}$ (o'zgarmas)
- Sirt yuzi: $S = 4\pi R^2$
- Oqim: $\Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = D \cdot S = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon}$
- Agar $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ bo'lsa, $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon}$

Xulosalar

- 1 Elektr maydon chiziqlari nuqtaviy musbat zaryaddan tashqariga radial ravishda chiqadi.
- 2 Gauss sirtining shakli (sfera) hisoblashni soddalashtiradi.
- 3 Oqim faqat sirt ichidagi zaryadga bog'liq, sirtning o'lchamiga emas.

● Manfiy zaryad ($-q$) uchun elektr maydon chiziqlari sferaga markazga qarab yo'naladi, ammo Gauss qonuni shakli o'zgarmaydi: $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$ (ichidagi erkin zaryad).

1-rasm. Nuqtaviy zaryad va sferik Gauss sirti

Rasmda elektr maydon vektori sferaning har bir nuqtasida sirt normaliga parallel. Nuqtaviy zaryad markazda bo'lgani sababli sfera bo'ylab E ning moduli o'zgarmaydi. Aynan shu simmetriya sirt integralini sodda ko'paytmaga aylantiradi.

1. Elektr maydon oqimi tushunchasi

Elektr maydon oqimi vektor maydonning berilgan sirt orqali qanchalik ‘o‘tishini’ ifodalaydigan skalyar kattalikdir. dS elementga tashqi normal bo‘yicha yo‘nalgan dS vektor biriktiriladi. E bilan dS orasidagi burchak α bo‘lsa, elementar oqim quyidagicha aniqlanadi:

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cos\alpha \cdot dS$$

Ochiq S sirt bo‘yicha to‘liq oqim $\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$. Yopiq sirt uchun integral belgisi aylana bilan yoziladi. Oqimning ishorasi yo‘nalishga bog‘liq: maydon chiziqlari yopiq sirtning tashqarisiga chiqsa musbat, ichkariga kirsan manfiy hissa beradi.

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Holat	α	Oqim hissasi
E normal bo‘yicha tashqariga	0°	$d\Phi = E dS$, maksimal musbat
E sirtga parallel	90°	$d\Phi = 0$
E ichkariga yo‘nalgan	180°	$d\Phi = -E dS$

1-misol

$E = 600 \text{ N/C}$ bir jinsli maydon $S = 0.20 \text{ m}^2$ tekis sirtga nisbatan shunday yo‘nalganki, E bilan sirt normal orasidagi burchak 60° . Sirt orqali elektr oqimi:

$$\Phi_E = ES \cos 60^\circ = 600 \cdot 0.20 \cdot 0.5 = 60 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$$

Agar shu sirt E ga parallel joylashtirilsa, uning normal E ga perpendikulyar bo‘ladi va oqim nolga tenglashadi. Demak, oqim faqat maydon moduliga emas, sirt orientatsiyasiga ham bog‘liq.

2. Gauss teoremasining integral ko‘rinishi

Vakuumdagi elektrostatik maydon uchun Gauss teoremasi: ixtiyoriy yopiq sirt orqali elektr maydon kuchlanganligi vektorining to‘liq oqimi shu sirt ichidagi algebraik zaryad yig‘indisining ϵ_0 ga nisbatiga teng.

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{ich}} / \epsilon_0$$

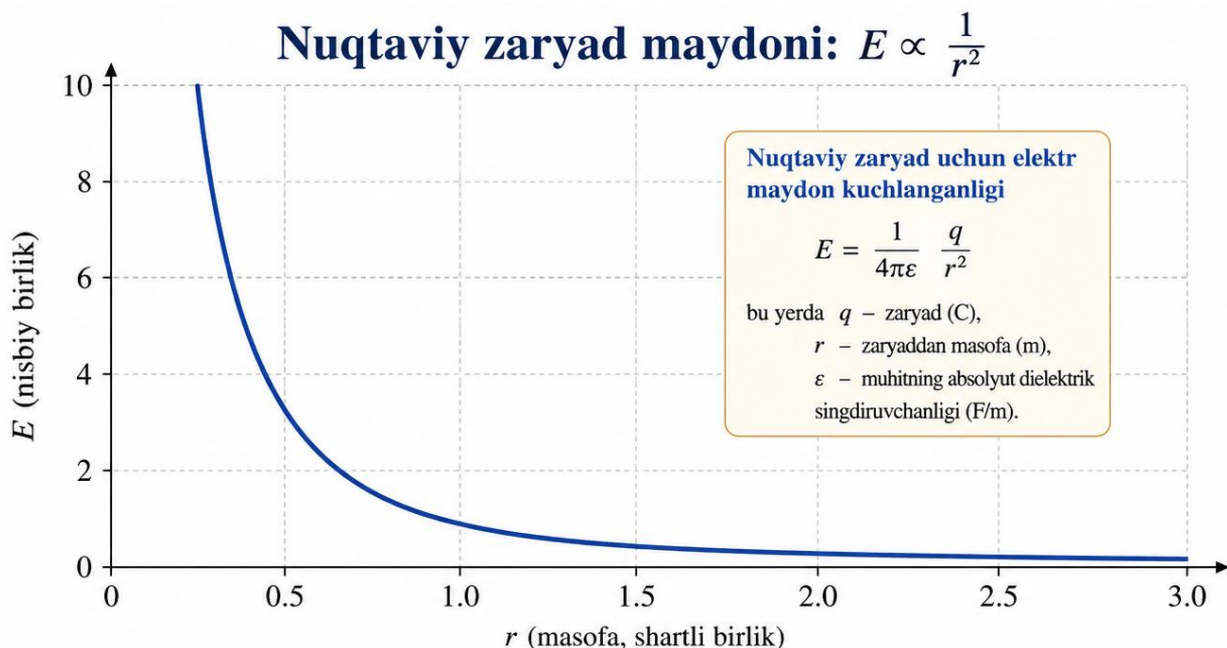
Bu yerda Q_{ich} — faqat yopiq sirt qamrab olgan zaryad. Sirt tashqarisidagi zaryadlar maydonni o‘zgartirishi mumkin, biroq yopiq sirt orqali ularning sof oqimi nol: kiruvchi va chiquvchi oqimlar o‘zaro kompensatsiyalanadi.

Nuqtaviy zaryad uchun teoremani asoslash

q nuqtaviy zaryad markazida bo‘lgan r radiusli sfera olamiz. Kulon qonuniga ko‘ra $E = q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$. E sirtning barcha nuqtalarida bir xil va normal bo‘yicha yo‘nalgan. Shuning uchun:

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= E \oint dS = E \cdot 4\pi r^2 \\ \Phi_E &= [q/(4\pi\epsilon_0 r^2)] \cdot 4\pi r^2 = q/\epsilon_0 \end{aligned}$$

Natijada oqim sfera radiusiga bog'liq emas. Radius ortganda $E \propto 1/r^2$ bo'yicha kamayadi, sfera yuzi esa r^2 bo'yicha ortadi; bu ikki omil bir-birini aynan kompensatsiyalaydi.



Xususiyatlar

- Maydon kuchlanganligi E masofa r ga teskari kvadrat qonun bo'yicha kamayadi ($E \propto 1/r^2$).
- Masofa 2 marta oshsa, E 4 marta kamayadi.
- Masofa 3 marta oshsa, E 9 marta kamayadi va h.k.

Misollar

- 1 $r = 0.5 \Rightarrow E \approx 4$
- 2 $r = 1.0 \Rightarrow E \approx 1$
- 3 $r = 2.0 \Rightarrow E \approx 0.25$

r 2 marta oshsa, E 4 marta kamayadi.
 r 3 marta oshsa, E 9 marta kamayadi.

Izoh

Grafikda $r \rightarrow 0$ bo'lganda E cheksiz katta bo'ladi (nazariy jihatdan). Amalda zaryadning o'lchami va kvant effektlar bu cheksizlikni bartaraf etadi.

$$E \propto \frac{1}{r^2}$$



Xulosa: Nuqtaviy zaryad hosil qilgan elektr maydon kuchlanganligi masofaning kvadratiga teskari proporsional ravishda kamayadi.

2-rasm. Nuqtaviy zaryad maydonining masofaga bog'liqligi

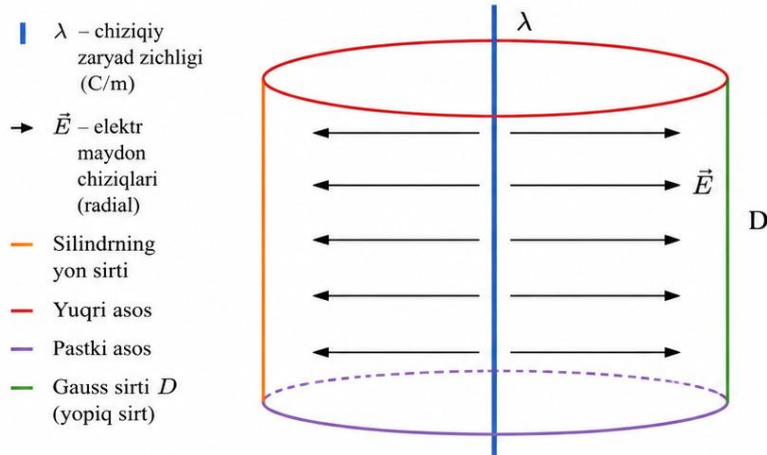
3. Gauss sirtini tanlash va simmetriya

Gauss teoremasi har qanday yopiq sirt uchun to'g'ri, ammo undan E ni bevosita hisoblash faqat yetarli simmetriya mavjud bo'lganda qulay. Gauss sirti fizik sirt bo'lishi shart emas; u hisoblash uchun xayolan tanlanadigan yopiq geometrik sirtidir.

Zaryad taqsimoti	Maydon simmetriyasi	Qulay Gauss sirti
Nuqtaviy zaryad / sferik taqsimot	Sferik	Konsentrik sfera
Cheksiz uzun chiziqliy zaryad	Silindrik	Koaksial silindr
Cheksiz tekis zaryadlangan qatlam	Tekis	Pillbox — qisqa silindr

Chiziqliy zaryad uchun silindrik Gauss sirti

Chiziqliy zaryad zichligi λ (C/m) ga ega bo'lgan cheksiz uzun zaryadlangan chiziqli atrofida elektr maydonni topish uchun Gauss teoremasidan foydalanamiz.



Gauss teoremasi (differensial ko'rinish)

$$\oint_D \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{ichki}}$$

bu yerda:

$\vec{D}$ – elektr siljish vektori (C/m²)

$d\vec{S}$ – sirt elementining tashqi normaliga yo'nalgan vektor (m²)

Q_{ichki} – yopiq sirt ichidagi erkin zaryad (C)

Ma'lumot:

Chiziqliy zaryad zichligi λ bo'lgan cheksiz uzun chiziqliqning l uzunlik qismi ichidagi zaryad:

$$Q_{\text{ichki}} = \lambda l$$

Xususiyatlar

- Elektr maydon $\vec{E}$ chiziqdan radial ravishda tashqariga yo'nalgan.
- Silindr yon sirti uchun $\vec{E}$ doimiy va $d\vec{S}$ ga parallel.
- Yuqori va pastki asoslarda $\vec{E} \perp d\vec{S}$, shuning uchun ularning oqimi nolga teng.
- Shu sababli, oqim faqat yon sirt orqali o'tadi.

Gauss qonunini qo'llash

Silindr radiusi r , balandligi l bo'lsin.

Yon sirt yuzi: $S_{\text{yon}} = 2\pi r l$

$\vec{D} \parallel d\vec{S}$ va $|\vec{D}| = D = \text{const}$

Oqim:

$$\Phi_D = \oint_D \vec{D} \cdot d\vec{S} = D \cdot S_{\text{yon}} = D \cdot 2\pi r l$$

Ichki zaryad: $Q_{\text{ichki}} = \lambda l$

Gauss teoremasi bo'yicha:

$$D \cdot 2\pi r l = \lambda l \Rightarrow D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

Natija

Elektr siljish vektori:

$$D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

Elektr maydon kuchlanganligi:

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon r}$$

bu yerda ϵ – muhitning absolyut dielektrik singdiruvchanligi (F/m).



Izoh: E maydon kuchlanganligi radius r ga teskari proporsional, ya'ni $E \propto \frac{1}{r}$. Chiziqdan uzoqlashgan sari maydon kuchi kamayadi.

3-rasm. Chiziqliy zaryad uchun silindrik Gauss sirti

2-misol: cheksiz uzun chiziqliy zaryad

Chiziqliy zaryad zichligi λ bo'lgan cheksiz uzun sim atrofida radiusi r , uzunligi L bo'lgan koaksial silindr tanlaymiz. Maydon radial, silindr yon sirtida E doimiy. Asoslarda E sirtga parallel bo'lgani uchun oqim nol.

$$E(2\pi r L) = \lambda L / \epsilon_0$$

$$E = \lambda / (2\pi \epsilon_0 r)$$

Masalan, $\lambda = 3 \times 10^{-8}$ C/m va $r = 0.10$ m bo'lsa, $E \approx 5.39 \times 10^3$ N/C. Bu yerda E masofaga $1/r$ qonun bo'yicha kamayadi, nuqtaviy zaryaddagi kabi $1/r^2$ emas.

4. Tekis simmetriyada Gauss teoremasi

Cheksiz katta bir jinsli zaryadlangan tekislikning ikki tomonida elektr maydon tekislikka normal va moduli bir xil bo'ladi. Gauss sirti sifatida tekislikni kesib o'tuvchi qisqa silindr — pillbox tanlanadi. Yon sirtida $E \cdot dS = 0$, ikkita asosda esa oqim ES dan iborat.

Tekis zaryadlangan sirt uchun «pillbox» Gauss sirti

Cheksiz tekis zaryadlangan sirt uchun elektr maydon faqat sirtga tik yo'nalishda bo'ladi va uning kattaligi har ikki tomonda bir xil.

Belgilashlar

- Zaryadlangan sirt
- Gauss sirti (pillbox) – yuqori asos
- Gauss sirti (pillbox) – yon sirti
- Gauss sirti (pillbox) – pastki asos
- E – elektr maydon vektori
- σ – sirt zaryad zichligi (C/m^2)

Xossalr

- Elektr maydon $\vec{E}$ sirtga tik yo'nalgan.
- Yon sirt orqali oqim nolga teng ($\vec{E} \perp d\vec{S}$).
- Yuqori va pastki asoslar orqali oqimlar hadan bir xil.

1. Oqimni hisoblash

Pillbox balandligi h , yuzi S bo'lsin.

Yuqori asos (tashqi normal yuqoriga):
 $\Phi_{yuq} = \vec{E} \cdot \vec{S} = ES$

Pastki asos (tashqi normal pastga):
 $\Phi_{past} = \vec{E} \cdot \vec{S} = ES$

Yon sirt orqali oqim: $\Phi_{yon} = 0$
 (chunki $\vec{E} \perp d\vec{S}$)

Jami oqim:
 $\Phi = \Phi_{yuq} + \Phi_{past} + \Phi_{yon} = ES + ES = 2ES$

2. Ichki zaryad

Gauss sirti ichiga faqat zaryadlangan sirtning shu sohadagi qismi kiradi.

Ichki zaryad:

$$Q_{ichki} = \sigma S$$

bu yerda σ – sirt zaryad zichligi.

3. Gauss teoremasidan foydalanish

Gauss teoremasi:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{ichki} / \epsilon_0$$

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Natija: Cheksiz tekis zaryadlangan sirt hosil qiladigan elektr maydon kuchlanganligi har ikki tomonda bir xil bo'lib,

$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

(sirtga tik yo'nalishda)

Xulosa

Cheksiz tekis zaryadlangan sirt uchun elektr maydon kuchlanganligi sirtga tik yo'nalgan bo'lib, uning kattaligi $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ ga teng va sirtning har ikki tomonida bir xil.

Birliklar

$\sigma - C/m^2 \quad E - N/C (V/m) \quad \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} F/m$

4-rasm. Tekis zaryadlangan qatlam va pillbox Gauss sirti

$$2ES = \sigma S / \epsilon_0 \rightarrow E = \sigma / (2\epsilon_0)$$

3-misol

$\sigma = 4 \mu C/m^2$ bo'lgan cheksiz yupqa zaryadlangan qatlam uchun:

$$E = 4 \times 10^{-6} / (2 \cdot 8.854 \times 10^{-12}) \approx 2.26 \times 10^5 N/C$$

Agar sirt ideal o'tkazgichning tashqi sirti bo'lsa, o'tkazgich ichida $E = 0$ bo'ladi va pillboxning faqat tashqi asosidan oqim o'tadi. Shunda chegarada $E_n = \sigma / \epsilon_0$ natija olinadi. Bu ikki holatni aralashtirmaslik zarur.

Ikki qarama-qarshi zaryadlangan plastina

Parallel plastinalar $+\sigma$ va $-\sigma$ bilan zaryadlangan bo'lsa, har bir plastina maydoni superpozitsiya qilinadi. Plastinalar orasida maydonlar bir yo'nalishda qo'shilib $E = \sigma / \epsilon_0$ ni beradi; tashqarida esa ideal cheksiz plastinalar uchun maydonlar o'zaro kompensatsiyalanadi.

5. Gauss teoremasining differensial ko'rinishi

Integral ko'rinish yopiq sirt ichidagi jami zaryad bilan butun sirt oqimini bog'laydi. Maydonning ma'lum nuqtadagi lokal manbasini ifodalash uchun divergensiya tushunchasi ishlatiladi. Divergensiya vektor maydonning juda kichik hajmdan chiqayotgan sof oqim zichligini tavsiflaydi.

$$\operatorname{div} \vec{E} = \nabla \cdot \vec{E}$$

Gauss–Ostrogradskiy teoremasiga ko‘ra yopiq sirt orqali oqim hajm ichidagi divergensiyaning integraliga teng:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V (\nabla \cdot \vec{E}) dV$$

Yopiq sirt ichidagi zaryad esa hajmiy zaryad zichligi orqali $Q_{\text{ich}} = \int_V \rho dV$. Integral Gauss qonuniga qo‘ysak:

$$\int_V (\nabla \cdot \vec{E}) dV = (1/\epsilon_0) \int_V \rho dV$$

Bu tenglik ixtiyoriy hajm uchun bajarilishi sababli integrandlar teng:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$$

Bu Gauss teoremasining differensial ko‘rinishidir. U Maksvell tenglamalaridan biri hisoblanadi. Fizik ma‘nosi: musbat zaryad joylashgan nuqtalarda elektr maydonning musbat manbasi, manfiy zaryadlarda esa maydonning ‘yutuvchisi’ mavjud.

Ko‘rinish	Tenglama	Mazmun
Integral	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{ich}}/\epsilon_0$	Yopiq sirt va jami ichki zaryad orasidagi global bog‘lanish
Differensial	$\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$	Har bir nuqtadagi lokal maydon manbasi

6. Integral va differensial ko‘rinishlarning o‘zaro bog‘liqligi

Integral va differensial shakllar bir qonunning ikki xil matematik ifodasidir. Integral shakl chekli hajmni qamrab oladi, differensial shakl esa shu qonunni cheksiz kichik hajm elementiga tatbiq etadi. Ular orasidagi o‘tish Gauss–Ostrogradskiy divergensiya teoremasi orqali amalga oshadi.

4-misol: bir jinsli hajmiy zaryadlangan shar

Radiusi R bo‘lgan shar ichida $\rho = \text{const}$ hajmiy zaryad zichligi mavjud. $r < R$ nuqta uchun radiusi r sferik Gauss sirti tanlanadi. $Q_{\text{ich}} = \rho \cdot (4/3)\pi r^3$.

$$\vec{E} \cdot 4\pi r^2 = [\rho(4/3)\pi r^3]/\epsilon_0$$

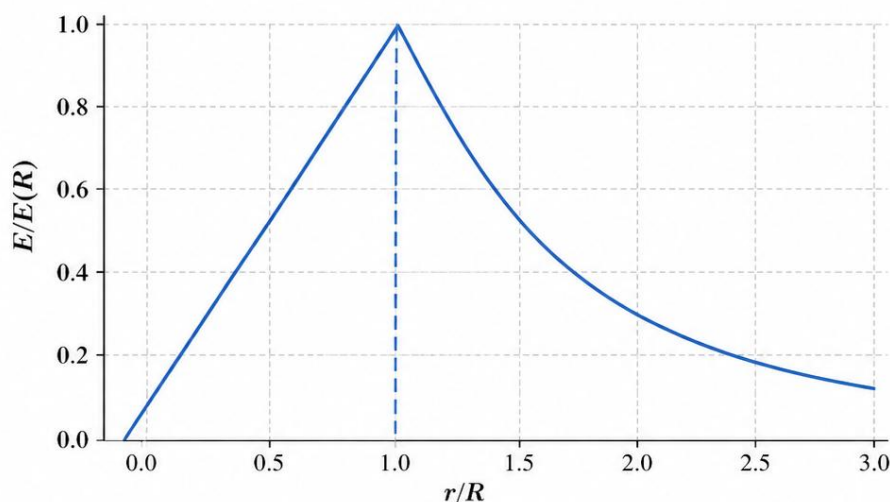
$$\vec{E}(r) = \rho r/(3\epsilon_0), \quad r < R$$

Shar tashqarisida $r \geq R$ uchun barcha zaryad $Q = \rho(4/3)\pi R^3$ qamrab olinadi:

$$\vec{E}(r) = Q/(4\pi\epsilon_0 r^2), \quad r \geq R$$

Bir jinsli hajmiy zaryadlangan shar: $E(r)$

Zichligi ρ bo'lgan bir jinsli hajmiy zaryadlangan shar (radiusi R) uchun elektr maydon kuchlanganligining markazdan masofaga r ga bog'liqligi.



Formularlar

Zaryad zichligi: ρ (C/m³)

Shar radiusi: R

Elektr maydon kuchlanganligi

1) $0 \leq r \leq R$ (shar ichida):

$$E(r) = \frac{\rho r}{3 \epsilon_0}$$

2) $r \geq R$ (shar tashqarisida):

$$E(r) = \frac{\rho R^3}{3 \epsilon_0 r^2}$$

Maksimal qiymat

$r = R$ da:

$$E_{\max} = E(R) = \frac{\rho R}{3 \epsilon_0}$$

Grafikning fizik mazmuni

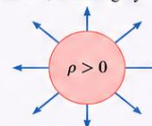
- $r < R$ (ichkarida): $E \propto r$ — markazdan chetga tomon to'g'ri chiziqli ortadi.
- $r = R$ da E maksimal qiymatga ega.
- $r > R$ (tashqarida): $E \propto \frac{1}{r^2}$ — masofa ortishi bilan kvadrat qonun bo'yicha kamayadi.

Hosil bo'lishi (qisqacha)

- Gauss sirti sifatida radiusi r bo'lgan sferani olamiz.
- Shar ichida zaryad: $Q_{\text{ichki}} = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$
- Gauss teoremasi: $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{ichki}}}{\epsilon_0}$
- Shundan $E(r) = \frac{\rho r}{3 \epsilon_0}$ ($r \leq R$)
- va $E(r) = \frac{\rho R^3}{3 \epsilon_0 r^2}$ ($r \geq R$)

Yo'nalish

Zaryad musbat ($\rho > 0$) bo'lsa, E radial yo'nalishda tashqariga; $\rho < 0$ bo'lsa, markazga yo'nalgan.



Xulosa:

Bir jinsli hajmiy zaryadlangan shar uchun elektr maydon kuchlanganligi ichkarida chiziqli ortadi ($E \propto r$), tashqarida esa $1/r^2$ qonun bo'yicha kamayadi. Maksimal qiymat sirtida ($r = R$) hosil bo'ladi.

Belgilar

E — elektr maydon kuchlanganligi (N/C yoki V/m)

r — markazdan masofa (m)

R — shar radiusi (m)

ρ — zaryad zichligi (C/m³)

$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m — vakuum dielektrik singdiruvchanligi

5-rasm. Bir jinsli hajmiy zaryadlangan shar uchun $E(r)$

Grafikdan markazda $E = 0$ ekanligi, shar ichida E ning r ga chiziqli ortishi, sirtida maksimumga yetishi va tashqarida $1/r^2$ bo'yicha kamayishi ko'rinadi. Bu natija integral Gauss qonunining simmetriya bilan birga qo'llanishining muhim namunasidir.

7. Differensial ko'rishni misolda tekshirish

Sferik simmetriyalik $E = E_r(r)e_r$ maydon uchun divergensiya quyidagicha yoziladi:

$$\nabla \cdot \vec{E} = (1/r^2) d[r^2 E_r]/dr$$

Bir jinsli zaryadlangan shar ichida $E_r = \rho r/(3\epsilon_0)$. Uni yuqoridagi ifodaga qo'ysak:

$$r^2 E_r = \rho r^3/(3\epsilon_0)$$

$$(1/r^2) d[r^2 E_r]/dr = (1/r^2) \cdot \rho r^2/\epsilon_0 = \rho/\epsilon_0$$

Shunday qilib, integral usul bilan topilgan maydon differensial Gauss qonunini ham qanoatlantiradi. Shar tashqarisida $\rho = 0$ va $E \propto 1/r^2$ bo'lgani uchun $r^2 E = \text{const}$, demak $\nabla \cdot \vec{E} = 0$. Bu 'maydon yo'q' degani emas; faqat ushbu sohada zaryad manbasi yo'qligini bildiradi.

Muhim fizik xulosa

$\rho = 0$ bo'lgan nuqtada E nol bo'lishi shart emas. Masalan, nuqtaviy zaryaddan tashqaridagi barcha fazoda $\rho = 0$, biroq $E \neq 0$. Differensial Gauss qonuni maydonning qiymatini emas, uning lokal manbasini aniqlaydi.

5-misol

Biror sohada $\vec{E} = ax \vec{e}_x$ ko'rinishdagi maydon berilgan bo'lsin. Dekart koordinatalarida $\nabla \cdot \vec{E} = \partial E_x / \partial x + \partial E_y / \partial y + \partial E_z / \partial z = a$. Shuning uchun ushbu maydonni hosil qiluvchi hajmiy zaryad zichligi:

$$\rho = \epsilon_0 a$$

Agar $a = 2 \times 10^5 \text{ N}/(\text{C} \cdot \text{m})$ bo'lsa, $\rho \approx 1.77 \times 10^{-6} \text{ C}/\text{m}^3$.

8. Darsda masala yechish algoritmi va metodik tavsiyalar

Bosqich	Talabaning amali
1	Zaryad taqsimotini aniqlaydi: nuqtaviy q , chiziqliy λ , sirt σ yoki hajmiy ρ .
2	Simmetriyani tahlil qiladi: sferik, silindrik yoki tekis.
3	E ning yo'nalishi va qaysi koordinataga bog'liqligini aniqlaydi.
4	Simmetriyaga mos yopiq Gauss sirtini tanlaydi.
5	Sirtning qaysi qismlarida $E \cdot dS$ nol yoki $E dS$ ga tengligini belgilaydi.
6	Q_{ich} ni hisoblaydi va $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{ich}}/\epsilon_0$ ni qo'llaydi.
7	Natijaning birligi, yo'nalishi va chegaraviy holatini tekshiradi.

Dars jarayonida muammoli savollar

Nima uchun Gauss sirti fizik jism bilan ustma-ust tushishi shart emas? Nima sababdan tashqi zaryadlar yopiq sirtning sof oqimiga hissa qo'shmaydi? Nima uchun Gauss teoremasi har doim to'g'ri bo'lsa-da, har bir masalada E ni oson topib bermaydi? $\rho = 0$ bo'lgan nuqtada E nega noldan farqli bo'lishi mumkin?

Ko'p uchraydigan xatolar

Q_{ich} o'rniga barcha zaryadlarni qo'shish; ochiq sirtga Gauss qonunini bevosita qo'llash; E ni butun Gauss sirti bo'ylab doimiy deb asossiz qabul qilish; sirt normal bilan E orasidagi burchakni noto'g'ri olish; sferik, silindrik va tekis simmetriyalar uchun yuza formulalarini aralashtirish; differensial ko'rinishda $\nabla \cdot \vec{E}$ ni E ning oddiy hosilasi deb qabul qilish.

Darsni tashkil etish tavsiyasi

Mavzuni avval elektr oqimining geometrik mazmunidan boshlash, so'ng nuqtaviy zaryad uchun integral Gauss qonunini chiqarish, undan keyin uchta asosiy simmetriyani taqqoslash maqsadga muvofiq. Yakunda Gauss–Ostrogradskiy teoremasi orqali differensial shaklga o'tish va integral hamda lokal talqinlarni bir jadvalda solishtirish talabalarning konseptual tushunishini mustahkamlaydi.

9. Mustahkamlash topshiriqlari, formulalar va xulosa

Asosiy formulalar

Formula	Qo'llanishi
$d\Phi_E = E \cdot dS$	Elementar elektr oqimi
$\Phi_E = \oint E \cdot dS$	Yopiq sirt orqali to'liq oqim
$\oint E \cdot dS = Q_{\text{ich}}/\epsilon_0$	Gauss teoremasining integral shakli
$\nabla \cdot E = \rho/\epsilon_0$	Gauss teoremasining differensial shakli
$E = q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$	Sferik simmetriya
$E = \lambda/(2\pi\epsilon_0 r)$	Cheksiz chiziqliy zaryad
$E = \sigma/(2\epsilon_0)$	Cheksiz yupqa zaryadlangan qatlam

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Yopiq sirt ichida $+8 \text{ nC}$ va -3 nC zaryadlar bor. Sirt orqali elektr oqimini toping.
2. $\lambda = 5 \times 10^{-8} \text{ C/m}$ cheksiz uzun simdan 0.20 m masofadagi E ni hisoblang.
3. $\sigma = 6 \text{ }\mu\text{C/m}^2$ cheksiz zaryadlangan tekislikning elektr maydonini toping.
4. Radiusi 0.10 m bo'lgan sharda $\rho = 2 \text{ }\mu\text{C/m}^3$ bir jinsli zaryad taqsimlangan. Markazdan 0.05 m masofadagi E ni toping.
5. $\vec{E} = (3x \text{ e}_x + 2y \text{ e}_y) \times 10^4 \text{ N/C}$ maydon uchun ρ ni aniqlang.

Xulosa

Gauss teoremasi elektrostatik maydonning manbalari bilan elektr oqimi o'rtasidagi fundamental bog'lanishni ifodalaydi. Integral ko'rinish $\oint E \cdot dS = Q_{\text{ich}}/\epsilon_0$ yopiq sirt va uning ichidagi jami zaryad orasidagi global munosabatni beradi. Differensial ko'rinish $\nabla \cdot E = \rho/\epsilon_0$ esa shu qonunning lokal ifodasi bo'lib, maydon divergensiyasini hajmiy zaryad zichligi bilan bog'laydi. Simmetriya to'g'ri aniqlanganda Gauss qonuni murakkab sirt integrallarini sodda algebraik tenglamalarga aylantiradi. Shu sababli mazkur teorema nafaqat elektrostatik masalalarni yechish vositasi, balki Maksvell elektromagnit nazariyasining asosiy tenglamalaridan biri sifatida ham fundamental ahamiyatga ega.

Tavsiya etiladigan adabiyotlar

1. Halliday D., Resnick R., Walker J. Fundamentals of Physics. Wiley.
2. Young H. D., Freedman R. A. University Physics with Modern Physics. Pearson.
3. Serway R. A., Jewett J. W. Physics for Scientists and Engineers. Cengage.
4. Griffiths D. J. Introduction to Electrodynamics. Cambridge University Press.