

TARMOQLANGAN ZANJIRLAR. KIRXGOF QOIDALARI. ELEKTR YURITUVCHI KUCH

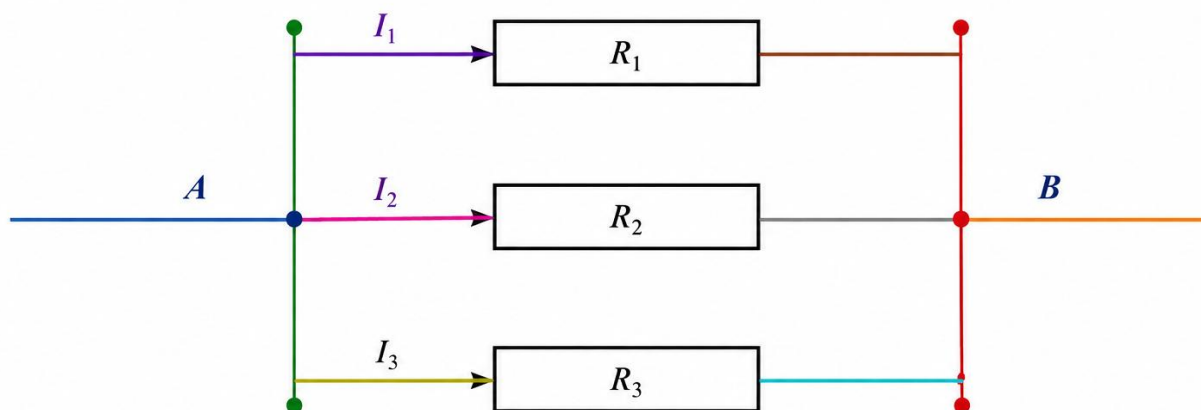
Tarmoqlangan elektr zanjirlari bir nechta tugun, tarmoq va yopiq konturlardan tashkil topgan murakkab elektr sistemalaridir. Bunday zanjirlarni faqat zanjir qismi uchun Om qonuni yordamida to'liq hisoblash har doim ham mumkin emas. Zaryadning saqlanish qonuni va energiyaning saqlanish qonuniga tayanuvchi Kirxgof qoidalarini tarmoqlardagi noma'lum toklar va kuchlanishlarni aniqlashning universal usulini beradi. Elektr yurituvchi kuch esa tok manbaining zaryadlarni yopiq zanjir bo'ylab harakatlantirish uchun birlik zaryadga beradigan energiyasini tavsiflaydi.

Darsning maqsadi

Talabalarda EYuK, tugun, tarmoq va kontur tushunchalarini shakllantirish; Kirxgofning birinchi va ikkinchi qoidalarini fizik qonunlardan kelib chiqib izohlash; tarmoqlangan zanjirlarni tenglamalar sistemasi orqali hisoblash, xususiyl hollarda esa ketma-ket, parallel va ko'priksimon zanjirlarni soddalashtirish ko'nikmalarini rivojlantirish.

Tarmoqlangan zanjir: tugunlar va tarmoqlar

Tarmoqlangan (parallel) zanjirda barcha tarmoqlar bir xil ikki tugun A va B orasiga ulangan.



Tushuntirish:

- A va B — zanjir tugunlari.
- R_1, R_2, R_3 — tarmoqlardagi qarshiliklar.
- I_1, I_2, I_3 — tarmoqlardagi toklar.
- Har bir tarmoqda tok o'z yo'li bo'yicha oqadi.

Asosiy xossalar:

- Barcha tarmoqlarda kuchlanish bir xil:

$$U_{AB} = U_1 = U_2 = U_3$$

- Toklar yig'indisi umumiy tokka teng:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Agar ekvivalent qarshilik R_{ekv} bo'lsa:

$$\frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Umumiy tok:

$$I = \frac{U_{AB}}{R_{ekv}}$$

1-rasm. Tarmoqlangan elektr zanjirining asosiy elementlari

A va B nuqtalar tugunlar, ular orasidagi R_1, R_2 va R_3 qismlar esa tarmoqlardir. Har bir tarmoqdagi tok alohida noma'lum sifatida qaralishi mumkin.

1. Elektr yurituvchi kuch va real tok manbai

Tok manbai ichida elektrostatik bo'lmagan kuchlar zaryadlarni kichik potensialdan katta potensialga ko'chiradi. Ushbu tashqi kuchlarning birlik musbat zaryadni ko'chirishda bajargan ishi elektr yurituvchi kuch deb ataladi:

$$\mathcal{E} = A_{\text{tash}}/q$$

EYuK voltlarda o'lchanadi. Real manba ichki qarshilik r ga ega bo'lib, tok I o'tganda uning ichida Ir kuchlanish tushuvi hosil bo'ladi. Tok berayotgan manbaning klemma kuchlanishi $U = \mathcal{E} - Ir$.

$$I = \mathcal{E}/(R+r)$$

Bu oddiy berk zanjir uchun Om qonuni bo'lib, Kirxgofning ikkinchi qoidasi bilan bevosita mos keladi: $\mathcal{E} - IR - Ir = 0$.

Kattalik	Belgi	Birlik	Mazmun
Elektr yurituvchi kuch	$\mathcal{E}$	V	Manbaning birlik zaryadga beradigan energiyasi
Ichki qarshilik	r	Ω	Manba ichidagi qarshilik
Klemma kuchlanishi	U	V	Manbaning tashqi chiqishidagi kuchlanish
Tok	I	A	Yopiq zanjirdagi zaryad oqimi

1-misol

$\mathcal{E} = 12$ V, $r = 1$ Ω va $R = 5$ Ω bo'lsa $I = 12/(5+1) = 2$ A. Klemma kuchlanishi $U = \mathcal{E} - Ir = 10$ V. Tashqi rezistorda ham $U = IR = 10$ V.

2. Tarmoqlangan zanjirlarning topologik tushunchalari

Murakkab zanjirni hisoblashdan avval uning topologik tuzilishini aniqlash kerak. Tugun — kamida uchta tarmoq tutashdigan nuqta; tarmoq — ikki tugun orasidagi bir yoki bir nechta ketma-ket elementlar joylashgan qism; kontur — boshlang'ich nuqtaga qaytuvchi yopiq yo'l.

Tushuncha	Ta'rif	Hisobdagi vazifasi
Tugun	3 yoki undan ortiq tarmoq tutashuvi	Kirxgof I qoidasi yoziladi
Tarmoq	Ikki tugun orasidagi zanjir qismi	Bir xil tarmoq toki bilan tavsiflanadi
Kontur	Yopiq elektr yo'li	Kirxgof II qoidasi yoziladi
Mustaqil kontur	Boshqalardan yangi tarmoq bilan farqlanuvchi kontur	Mustaqil tenglama beradi

Agar zanjirda n ta tugun mavjud bo'lsa, birinchi qoida bo'yicha $n-1$ ta mustaqil tugun tenglamasi yozish kifoya. Qolgan mustaqil tenglamalar kontur qoidalaridan olinadi.

Tok yo'nalishini tanlash

Noma'lum toklarning yo'nalishi hisob boshida ixtiyoriy tanlanadi. Tenglama yechimida tok manfiy chiqsa, haqiqiy yo'nalish dastlab qabul qilingan yo'nalishga teskari ekanini bildiradi. Bu xato emas, balki algebraik natijaning fizik talqinidir.

Kontur aylanish yo'nalishi ham ixtiyoriy tanlanadi. Muhimi, barcha EYuK va IR hadlarining ishoralarini tanlangan yo'nalishga nisbatan izchil yozishdir.

3. Kirxgofning birinchi qoidasi — tugunlar qoidasi

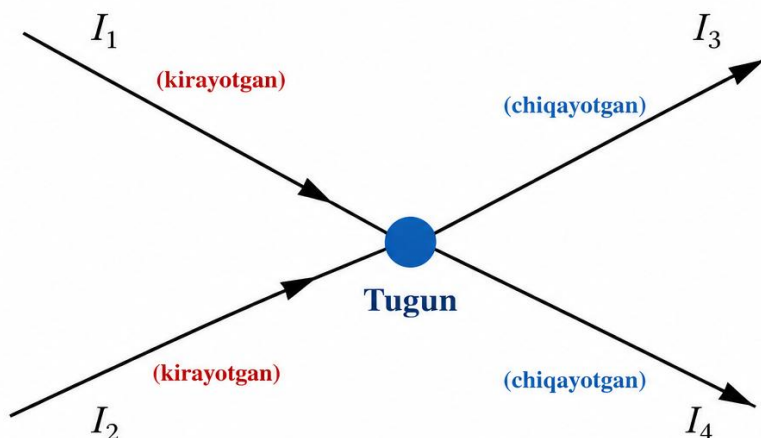
Kirxgofning birinchi qoidasi elektr zaryadining saqlanish qonunidan kelib chiqadi. Statsionar rejimda tugunda zaryad cheksiz to'planib qolmaydi. Shuning uchun tugunga kirayotgan toklar yig'indisi undan chiqayotgan toklar yig'indisiga teng:

$$\sum I_k = 0$$

Ishora kelishuvida tugunga kiruvchi toklarni musbat, chiquvchi toklarni manfiy olish mumkin yoki aksincha; natija bir xil bo'ladi.

Kirxgofning birinchi qoidasi

Elektr zanjiridagi istalgan tugunda tugunga **kirayotgan** toklar yig'indisi tugundan **chiqayotgan** toklar yig'indisiga teng.



Qoidaning matematik ko'rinishi:

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

yoki

$$\sum I_{kir} = \sum I_{chiq}$$

$\sum I_{kir}$ – tugunga kirayotgan toklar yig'indisi

$\sum I_{chiq}$ – tugundan chiqayotgan toklar yig'indisi

Izoh:

- Agar tok tugunga yo'nalgan bo'lsa, u **kirayotgan** tok deb olinadi (+).
- Agar tok tugundan uzoqlashyotgan bo'lsa, u **chiqayotgan** tok deb olinadi (–).
- Qoidada tok yo'nalishining tanlanishi ixtiyoriy, lekin hisoblashda izchil bo'lishi kerak.

Misol:

Agar $I_1 = 2$ A, $I_2 = 3$ A, $I_3 = 4$ A bo'lsa, unda I_4 ni topamiz:

$$I_4 = I_1 + I_2 - I_3 = 2 + 3 - 4 = 1 \text{ A}$$

2-rasm. Tugunda toklarning algebraik balansi

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

2-misol

Tugunga $I_1=2$ A va $I_2=3.5$ A tok kirib, undan $I_3=1.2$ A hamda noma'lum I_4 tok chiqmoqda. Birinchi qoida bo'yicha $2+3.5-1.2-I_4=0$. Bundan $I_4=4.3$ A.

Fizik mazmun

Agar kiruvchi toklar chiqayotgan toklar yig'indisidan katta bo'lganida, tugunda vaqt bo'yicha zaryad to'planishi kerak bo'lardi. Doimiy tok rejimida bunday holat barqaror emas; potensial o'zgarib, toklar yangi muvozanatga keladi.

4. Kirxgofning ikkinchi qoidasi — konturlar qoidasi

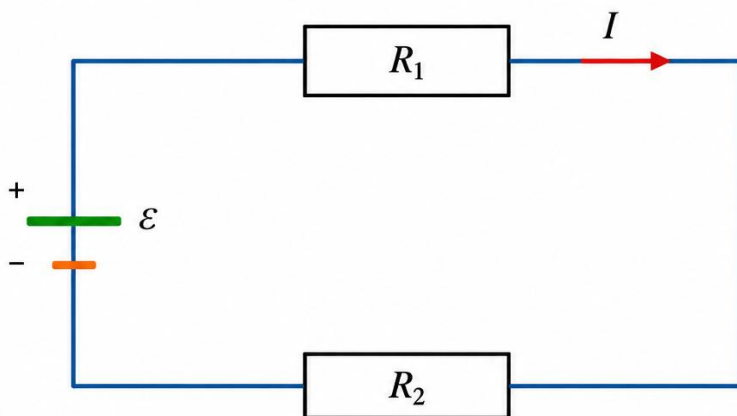
Ikkinchi qoida yopiq kontur bo'ylab energiyaning saqlanish qonunini ifodalaydi. Kontur bo'ylab potensial o'zgarishlarning algebraik yig'indisi nol:

$$\sum \mathcal{E}_k - \sum I_j R_j = 0$$

Kontur bo'ylab manbani manfiy qutbdan musbat qutbga kesib o'tilsa EYuK $+\mathcal{E}$, musbatdan manfiyga o'tilsa $-\mathcal{E}$ olinadi. Rezistordan tok yo'nalishida o'tilsa potensial IR ga kamayadi, ya'ni $-IR$; tokka qarshi o'tilsa $+IR$.

Yopiq kontur uchun Kirxgofning ikkinchi qoidasi

Yopiq kontur bo'ylab EYuK lar algebraik yig'indisi qarshiliklardagi kuchlanish tushuvlari algebraik yig'indisiga teng.



Qoidaning matematik ko'rinishi:

$$\sum \mathcal{E} - \sum IR = 0$$

yoki

$$\sum \mathcal{E} = \sum IR$$

Bu yerda:

$\mathcal{E}$ – konturdagi EYuK, volt (V)

IR – qarshiliklardagi kuchlanish tushuvi, volt (V)

I – tok, amper (A)

R – qarshilik, om (Ω)

Kontur bo'ylab yurish yo'nalishi soat strelkasi bo'yicha:

- Agar konturda $+$ dan $-$ ga o'tayotgan bo'lsak – EYuK manfiy ishorali ($-\mathcal{E}$).
- Agar konturda $-$ dan $+$ ga o'tayotgan bo'lsak – EYuK musbat ishorali ($+\mathcal{E}$).
- Agar tok yo'nalishida rezistordan o'tayotgan bo'lsak – kuchlanish tushuvi manfiy ishorali ($-IR$).
- Agar tokka teskari yo'nalishda rezistordan o'tayotgan bo'lsak – kuchlanish tushuvi musbat ishorali ($+IR$).

Ushbu sxema uchun:

Kontur bo'ylab soat strelkasi bo'yicha yuramiz.

Manbani $-$ dan $+$ ga o'tamiz: $+\mathcal{E}$

R_1 va R_2 rezistorlarda tok yo'nalishida o'tamiz: $-IR_1, -IR_2$

Natija: $\mathcal{E} - IR_1 - IR_2 = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = I(R_1 + R_2)$

3-rasm. Yopiq konturda EYuK va qarshiliklardagi kuchlanish tushuvlari

3-misol

Bir konturda $\mathcal{E}=18$ V, $R_1=4$ Ω va $R_2=5$ Ω ketma-ket ulangan. Kirxgof II qoidasi:

$$18 - 4I - 5I = 0$$

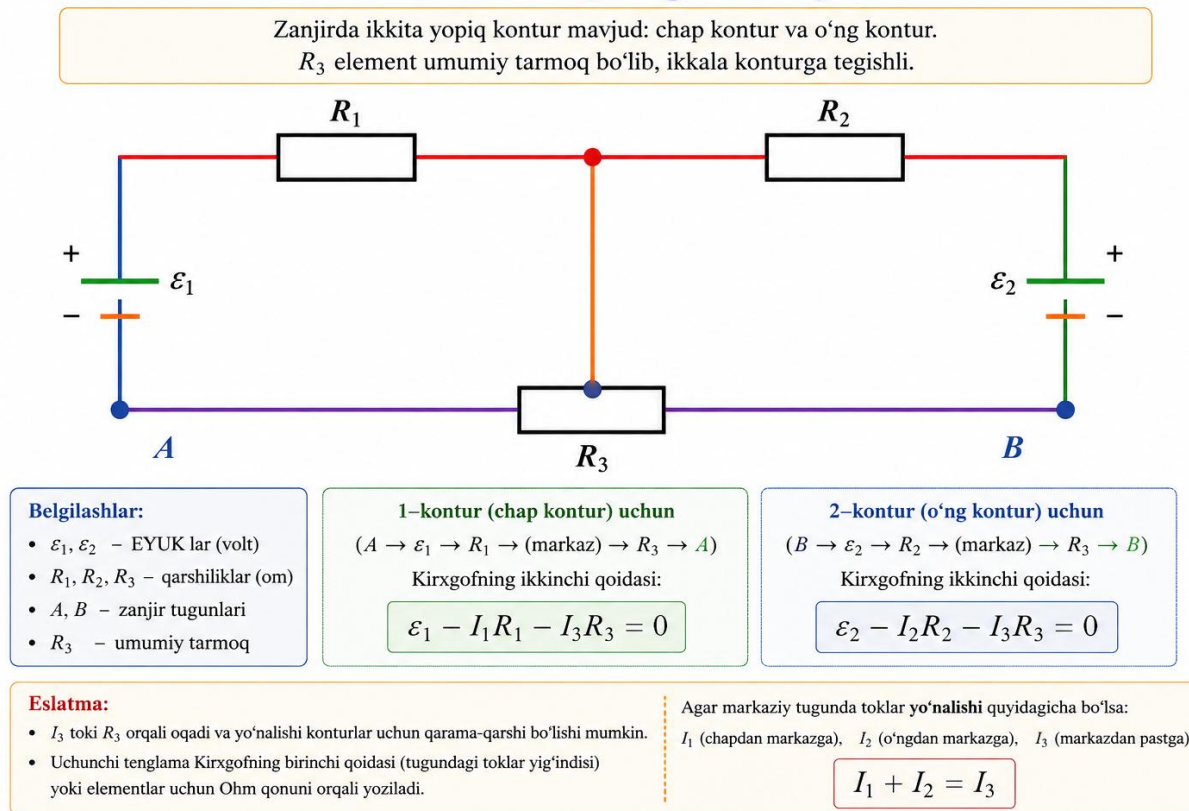
$$I = 18/9 = 2 \text{ A}$$

Bu natija oddiy berk zanjir uchun Om qonuni bilan aynan mos keladi.

5. Ikki konturli tarmoqlangan zanjirni hisoblash

Murakkab zanjirda har bir tarmoq uchun tok yoʻnalishi belgilanadi, soʻng tugun va mustaqil konturlar uchun tenglamalar tuziladi. Masalan, umumiy R_3 tarmoqqa ega ikki konturli zanjirda I_1 va I_2 kontur toklarini soat strekasi boʻyicha tanlaylik. Umumiy tarmoqdagi haqiqiy tok $I_3=I_1-I_2$ boʻlishi mumkin.

Ikki konturli tarmoqlangan zanjir namunasi



4-rasm. Ikki konturli zanjirning sxematik modeli

$R_1=4 \Omega$, $R_2=6 \Omega$, $R_3=2 \Omega$, $\varepsilon_1=12 \text{ V}$ va $\varepsilon_2=6 \text{ V}$ deb olaylik. Kontur tenglamalari:

$$(R_1+R_3)I_1 - R_3I_2 = \varepsilon_1$$

$$-R_3I_1 + (R_2+R_3)I_2 = \varepsilon_2$$

$$6I_1 - 2I_2 = 12$$

$$-2I_1 + 8I_2 = 6$$

Tenglamalarni yechib $I_1 \approx 2.45 \text{ A}$, $I_2 \approx 1.36 \text{ A}$ olinadi. Umumiy tarmoq toki $I_3=I_1-I_2 \approx 1.09 \text{ A}$.

Tekshiruv

Birinchi kontur: $6 \cdot 2.45 - 2 \cdot 1.36 \approx 12 \text{ V}$. Ikkinchi kontur: $-2 \cdot 2.45 + 8 \cdot 1.36 \approx 6 \text{ V}$. Kichik farqlar yaxlitlash natijasidir.

6. Tarmoqlangan zanjirlarni hisoblash algoritmi

Bosqich	Bajariladigan amal
1	Zanjirdagi tugunlar, tarmoqlar va mustaqil konturlarni aniqlash.

2	Har bir noma'lum tarmoq yoki kontur toki uchun ixtiyoriy yo'nalish tanlash.
3	n tugun uchun n-1 ta mustaqil Kirxgof I tenglamasini yozish.
4	Yetishmaydigan tenglamalarni mustaqil konturlar uchun Kirxgof II qoidasi bilan tuzish.
5	EYuK va IR hadlarining ishoralarini aylanish yo'nalishiga mos belgilash.
6	Chiziqli tenglamalar sistemasini algebraik usulda yechish.
7	Manfiy tok chiqsa, uning haqiqiy yo'nalishini teskari deb talqin qilish.
8	Tugun balansi va kontur kuchlanishlari orqali natijani tekshirish.

4-misol: uch tarmoqli parallel zanjir

A va B tugunlar orasida $R_1=6 \Omega$, $R_2=3 \Omega$ va $R_3=2 \Omega$ parallel ulangan, $U_{AB}=12 \text{ V}$. Har bir tarmoq toki Om qonuni orqali:

$$I_1=12/6=2 \text{ A}; \quad I_2=12/3=4 \text{ A}; \quad I_3=12/2=6 \text{ A}$$

Tugun qoidasi bo'yicha umumiy tok $I=I_1+I_2+I_3=12 \text{ A}$. Ekvivalent qarshilik $R_{eq}=U/I=1 \Omega$.

$$1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$$

Bu parallel ulanish formulasining Kirxgof I qoidasi va Om qonunidan kelib chiqishini ko'rsatadi.

7. Hisoblashning xususiy hollari

Ketma-ket ulanish

Ketma-ket zanjirda barcha elementlardan bir xil tok o'tadi. Kontur qoidasi $U=I(R_1+R_2+...)$ natijani beradi:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + ...$$

Parallel ulanish

Parallel tarmoqlarda kuchlanish bir xil, tugun qoidasi esa umumiy tokning tarmoq toklariga ajralishini beradi:

$$1/R_{eq} = \Sigma(1/R_k)$$

Muvozanatlangan Uitston ko'prigi

Ko'priknining o'rta tarmog'idan tok o'tmasligi uchun uning ikki uchidagi potensiallar teng bo'lishi kerak. Muvozanat sharti:

$$R_1/R_2 = R_3/R_4$$

Bu xususiy holatda o'rta tarmoqni hisobdan chiqarish va zanjirni ikki ketma-ket tarmoqning parallel ulanishi sifatida soddalashtirish mumkin.

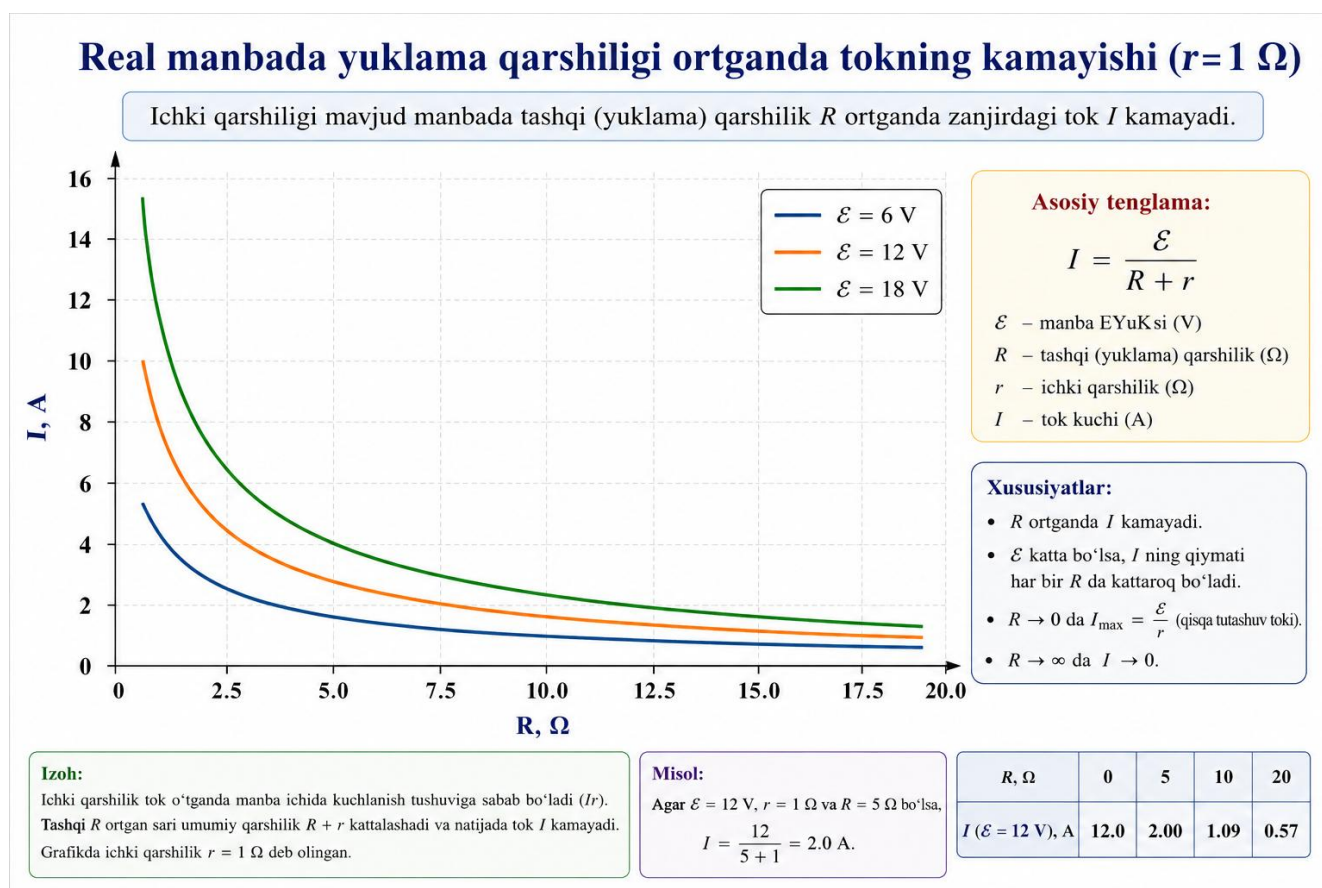
Xususiy hol	Asosiy belgi	Soddalashtirish
Ketma-ket	I bir xil	R lar qo'shiladi
Parallel	U bir xil	O'tkazuvchanliklar qo'shiladi
Ko'prik muvozanati	O'rta tarmoq $I=0$	$R_1/R_2=R_3/R_4$
Ideal ampermetr	$R_A \approx 0$	Ketma-ket ulanadi
Ideal voltmeter	$R_V \rightarrow \infty$	Parallel ulanadi

5-misol

$R_1=2 \Omega$, $R_2=4 \Omega$, $R_3=3 \Omega$, $R_4=6 \Omega$ bo'lsa $R_1/R_2=R_3/R_4=0.5$. Demak, ko'prik muvozanatlangan va o'rta tarmoqdagi tok nol.

8. Grafik tahlil, quvvat va amaliy talqin

Real manba $\mathcal{E}$ va r bilan R yuklamani ta'minlaganda $I=\mathcal{E}/(R+r)$. Grafikdan R ortishi bilan tokning giperbolik kamayishi ko'rinadi. Bir xil R da EYuK katta manba ko'proq tok beradi.



5-rasm. Berk zanjir tokning yuklama qarshiligiga bog'liqligi

Tarmoqlangan zanjirda energiya balansi ham tekshiruv vositasidir. Ideal manbalar bergan umumiy quvvat rezistorlarda ajralgan Joule quvvatlari va real manbalardagi ichki yo'qotishlar yig'indisiga teng bo'lishi kerak:

$$\Sigma(\mathcal{E}_k I_k) = \Sigma(I_j^2 R_j) + \Sigma(I_k^2 r_k)$$

6-misol: quvvat tekshiruvi

$\mathcal{E}=12\text{ V}$, $r=1\ \Omega$, $R=5\ \Omega$ oddiy berk zanjirda $I=2\text{ A}$. Manba quvvati $\mathcal{E}I=24\text{ W}$. Tashqi rezistorda 20 W , ichki qarshilikda 4 W ajraladi; $20+4=24\text{ W}$.

Ko‘p uchraydigan xatolar

Tugun qoidasi ishoralarini bir tenglama ichida almashtirib yuborish; kontur aylanish yo‘nalishini belgilamasdan EYuK ishorasini yozish; rezistordagi IR hadining ishorasini tok yo‘nalishiga qarab aniqlamaslik; bog‘liq konturlar uchun ortiqcha tenglamalar yozish; manfiy tok natijasini ‘xato’ deb o‘zgartirish; ichki qarshilikni e’tibordan chetda qoldirish.

9. Asosiy formulalar, mustahkamlash va xulosa

Formula	Mazmuni
$\mathcal{E}=A_{\text{tash}}/q$	Elektr yurituvchi kuch
$U=\mathcal{E}-Ir$	Real manbaning klemma kuchlanishi
$\sum I=0$	Kirxgofning birinchi qoidasi
$\sum \mathcal{E}-\sum IR=0$	Kirxgofning ikkinchi qoidasi
$I=\mathcal{E}/(R+r)$	Oddiy berk zanjir
$R_{\text{eq}}=\sum R_k$	Ketma-ket ulanish
$1/R_{\text{eq}}=\sum 1/R_k$	Parallel ulanish
$R_1/R_2=R_3/R_4$	Uitston ko‘prigi muvozanati
$P=I^2R=UI$	Rezistordagi quvvat

Mustaqil yechish uchun topshiriqlar

1. Tugunga 5 A va 2 A tok kiradi, 3 A tok chiqadi. Ikkinchi chiquvchi tokni toping.
2. $\mathcal{E}=15\text{ V}$, $R_1=3\ \Omega$ va $R_2=2\ \Omega$ ketma-ket konturda tokni Kirxgof II qoidasi bilan aniqlang.
3. 12 V kuchlanishga $4\ \Omega$, $6\ \Omega$ va $12\ \Omega$ rezistorlar parallel ulangan. Tarmoq toklarini va umumiy tokni toping.
4. $\mathcal{E}=10\text{ V}$, $r=0.5\ \Omega$ va $R=4.5\ \Omega$ zanjirda tok hamda klemma kuchlanishini hisoblang.
5. $R_1=5\ \Omega$, $R_2=10\ \Omega$, $R_3=4\ \Omega$ bo‘lgan parallel zanjirning ekvivalent qarshiligini toping.
6. Uitston ko‘prigida $R_1=4\ \Omega$, $R_2=8\ \Omega$, $R_3=6\ \Omega$. Muvozanat uchun R_4 ni aniqlang.

Xulosa

Tarmoqlangan zanjirlarni hisoblashning nazariy asosi zaryad va energiya saqlanish qonunlaridir. Kirxgofning birinchi qoidasi tugunda toklarning algebraik yig‘indisini nolga tenglashtirib zaryad saqlanishini, ikkinchi qoida esa yopiq konturdagi EYuK va kuchlanish tushuvlari balansini ifodalab energiya saqlanishini namoyon etadi. EYuK tok manbaining birlik zaryadga beradigan energiyasini, ichki qarshilik esa manba ichidagi yo‘qotishlarni tavsiflaydi. Kirxgof qoidalari murakkab zanjirlar uchun universal bo‘lsa-da, ketma-ket, parallel va muvozanatlangan ko‘prik kabi xususiy hollarda ular soddak ekvivalent formulalarga olib keladi. Tenglamalarni izchil tuzish, ishora qoidalariga

rioya qilish va natijani tugun, kontur hamda quvvat balansi orqali tekshirish elektr zanjirlarini ilmiy jihatdan to'g'ri tahlil qilishning asosiy shartidir.

Tavsiya etiladigan adabiyotlar

1. Halliday D., Resnick R., Walker J. Fundamentals of Physics. Wiley.
2. Young H. D., Freedman R. A. University Physics with Modern Physics. Pearson.
3. Serway R. A., Jewett J. W. Physics for Scientists and Engineers. Cengage.
4. Nilsson J. W., Riedel S. A. Electric Circuits. Pearson.