

ELEKTROSTATIK MAYDONDA BAJARILGAN ISH. POTENSIAL VA POTENSIALLAR FARQI

Potensial gradienti, ekvipotensial sirtlar va elektr maydonni energetik tavsiflash

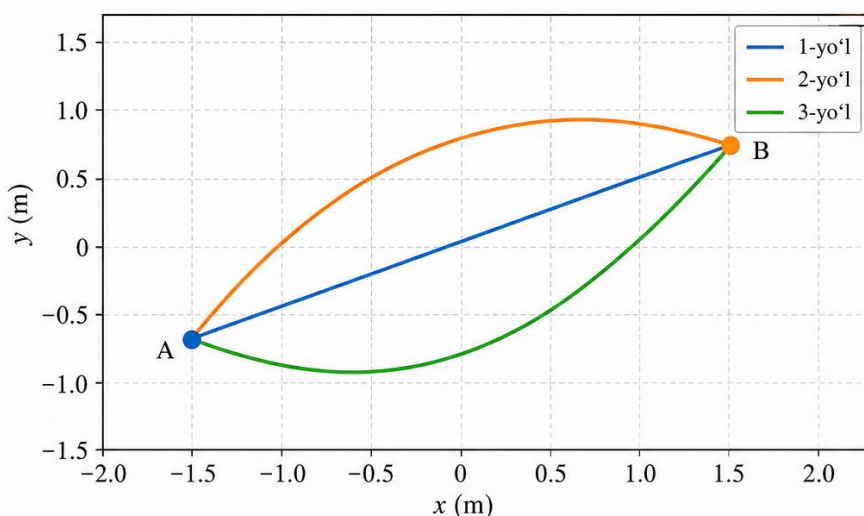
Elektrostatik maydonni ikki o'zaro bog'liq nuqtai nazardan tavsiflash mumkin: kuch xarakteristikasi sifatida elektr maydon kuchlanganligi E va energetik xarakteristika sifatida potensial φ . Zaryad elektr maydonda ko'chirilganda elektr kuchlari ish bajaradi. Elektrostatik maydon konservativ bo'lgani uchun bu ish zaryadning bosib o'tgan yo'lga emas, faqat boshlang'ich va oxirgi holatlariga bog'liq. Mazkur xususiyat potensial energiya, potensial va potensiallar farqi tushunchalarining fizik asosini tashkil qiladi.

Darsning maqsadi

Talabalarda elektrostatik kuchlarning ishi, potensial energiya, elektr potentsiali, potensiallar farqi, ekvipotensial sirt va potensial gradienti o'rtasidagi mantiqiy bog'lanishni shakllantirish; formulalarni fizik mazmun bilan birga tahlil qilish; grafiklar va amaliy masalalar yordamida E va φ orasidagi bog'lanishni tushuntirish.

Elektrostatik maydonda ishning yo'lga bog'liq emasligi

Elektrostatik maydonda zaryadni A nuqtadan B nuqtaga ko'chirishda bajariladigan ish yo'l tanloviga bog'liq emas, faqat boshlang'ich va oxirgi nuqtalarga bog'liq.



Grafik tavsifi

- 1-yo'l: A dan B gacha to'g'ri chiziq.
- 2-yo'l: egri chiziq (yuqori yo'l).
- 3-yo'l: egri chiziq (pastki yo'l).

Uchala yo'l ham bir xil nuqtalarda – A dan B gacha olib boradi, lekin shakllari turlicha.

Xulosa

Elektrostatik maydonda bajarilgan ish yo'lga bog'liq emas:

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_{AB}$$

Ish faqat boshlang'ich (A) va oxirgi (B) nuqtalarga bog'liq.

Asosiy formula

$$A_{AB} = q(\varphi_A - \varphi_B)$$

bu yerda:

- q – ko'chirilayotgan zaryad (C)
- φ_A, φ_B – A va B nuqtalardagi potentsiallar (V)
- A_{AB} – bajarilgan ish (J)

1-rasm. Elektrostatik maydonda A dan B ga ko'chishda ishning trayektoriyaga bog'liq emasligi

A va B nuqtalar orasidagi uch xil trayektoriya turlicha uzunlikka ega bo'lsa ham, elektrostatik kuch bajargan ish bir xil bo'ladi. Bu elektrostatik maydonning potensial yoki konservativ maydon ekanligini ko'rsatadi.

1. Elektrostatik maydonda bajarilgan ish

q sinov zaryadi E elektr maydonda juda kichik dl ko'chishga ega bo'lsin. Elektr kuchi $F = qE$. Elementar ish kuch va ko'chish vektorlarining skalyar ko'paytmasi bilan aniqlanadi:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q\vec{E} \cdot d\vec{l} = qE dl \cos\alpha$$

A nuqtadan B nuqtaga ko'chirishda maydon bajargan umumiy ish chiziqli integral orqali topiladi:

$$A_{AB} = q \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Bir jinsli elektr maydonda E o'zgarmasa, $A = qEs \cos\alpha$. Musbat zaryad maydon yo'nalishida ko'chsa ish musbat; maydonga qarshi ko'chsa ish manfiy. Manfiy zaryad uchun kuch yo'nalishi E ga qarama-qarshi bo'lgani sababli ishoralar mos ravishda o'zgaradi.

1-misol: bir jinsli maydon

$q = 3 \mu C$ musbat zaryad $E = 2 \times 10^4 \text{ N/C}$ bir jinsli maydonda maydon yo'nalishi bo'ylab $s = 0.15 \text{ m}$ ko'chirildi. Elektr maydon bajargan ish:

$$A = qEs = 3 \times 10^{-6} \cdot 2 \times 10^4 \cdot 0.15 = 9 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Demak, maydon 9 mJ musbat ish bajaradi. Agar shu zaryad xuddi shu masofaga maydonga qarshi ko'chirilsa, elektr kuchlarining ishi -9 mJ bo'ladi va tashqi kuch musbat ish bajarishi kerak.

Holat	Elektr kuchi ishi	Potensial energiya
Maydon yo'nalishidagi musbat zaryad	+	Kamayadi
Maydonga qarshi musbat zaryad	-	Ortadi
E ga perpendikulyar ko'chish	0	O'zgarmaydi

2. Elektrostatik maydonning konservativligi

Elektrostatik maydonning muhim xususiyati shundaki, yopiq kontur bo'ylab elektr kuchlarining bajargan jami ishi nolga teng:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Bu tenglik maydonning sirkulyatsiyasi nol ekanini va elektrostatik E maydon potensial maydon ekanini bildiradi. A dan B ga bajarilgan ish trayektoriyaga bog'liq bo'lmagani sababli potensial energiya U kiritish mumkin.

$$A_{AB} = U_A - U_B = -\Delta U$$

Elektr maydon musbat ish bajarsa, sistemaning potensial energiyasi kamayadi. Tashqi kuch zaryadni maydonga qarshi sekin ko'chirsa, uning bajargan ishi potensial energiyaning ortishiga teng.

2-misol: potensial energiya o'zgarishi

Elektr maydon $q = 2 \mu\text{C}$ zaryadni A dan B ga ko'chirishda $A_{AB} = 6 \text{ mJ}$ ish bajardi. U holda $\Delta U = U_B - U_A = -A_{AB} = -6 \text{ mJ}$. Demak, zaryadning elektr potensial energiyasi 6 mJ ga kamaygan.

Ikki nuqtaviy zaryad sistemasi

q va Q nuqtaviy zaryadlar orasidagi r masofaga bog'liq potensial energiya, nol energiya cheksizlikda tanlanganda:

$$U(r) = kQq/r = Qq/(4\pi\epsilon_0 r)$$

Bir xil ishorali zaryadlar uchun $U > 0$, qarama-qarshi ishorali zaryadlar uchun $U < 0$. Ishora sistemaning energetik holatini va zaryadlarni ajratish yoki yaqinlashtirish uchun zarur tashqi ishni tavsiflaydi.

3. Elektr potentsiali

Elektr potentsiali ϕ maydonning energetik skalyar xarakteristikasi bo'lib, berilgan nuqtadagi sinov zaryadining potensial energiyasining shu zaryad miqdoriga nisbatiga teng:

$$\phi = U/q$$

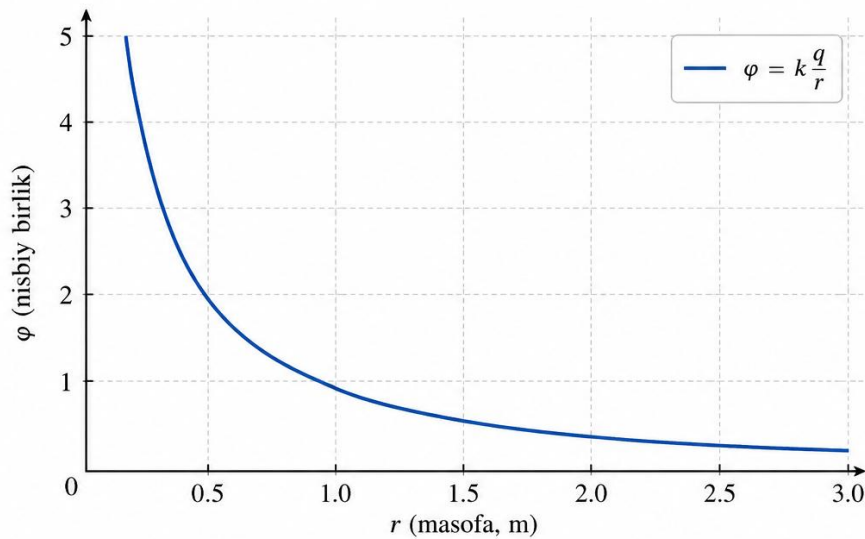
Potensialning SI birligi volt (V): $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$. Potensial skalyar kattalik bo'lgani uchun bir nechta zaryadlar hosil qilgan potensial algebraik ravishda qo'shiladi. Bu jihat vektor bo'lgan E ni superpozitsiya qilishga nisbatan ko'p masalalarda hisoblashni soddalashtiradi.

Nuqtaviy Q zaryadning vakuumdagi potentsiali, $\phi(\infty)=0$ deb tanlanganda:

$$\phi(r) = kQ/r = Q/(4\pi\epsilon_0 r)$$

Musbat nuqtaviy zaryad potentsiali: $\varphi \propto \frac{1}{r}$

Musbat nuqtaviy zaryad $+q$ hosil qiladigan elektrostatik potentsial nuqtadan masofaga teskari proporsional.
Ya'ni, masofa ortgan sari potentsial kamayadi.



Nazariy ma'lumot

Musbat nuqtaviy zaryad $+q$ dan r masofadagi nuqtada potentsial:

$$\varphi(r) = k \frac{q}{r}$$

bu yerda:

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ – Kulon doimiysi

q – zaryad (C)

r – masofa (m)

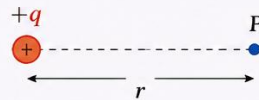
φ – potentsial (V)

Xususiyatlar

- φ masofaga teskari proporsional: $\varphi \propto \frac{1}{r}$.
- r ortganda φ kamayadi.
- $r \rightarrow \infty$ da $\varphi \rightarrow 0$.
- Grafik giperbola ko'rinishida.

Grafik tavsifi

- Kichik r larda φ katta qiymatga ega.
- r ortishi bilan φ tez kamayadi.
- Masofa juda katta bo'lsa, φ nolga yaqinlashadi.



Doimiylar

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

2-rasm. Musbat nuqtaviy zaryad potentsialining r masofaga bog'liqligi

3-misol

$Q = +5 \text{ nC}$ nuqtaviy zaryaddan $r = 0.20 \text{ m}$ masofadagi potentsial:

$$\varphi = 8.99 \times 10^9 \cdot 5 \times 10^{-9} / 0.20 \approx 225 \text{ V}$$

Agar Q manfiy bo'lsa, potentsial ham manfiy bo'ladi. Potentsialning ishorasi sinov zaryadiga emas, maydon manbasi va tanlangan nol sathiga bog'liq.

4. Potentsiallar farqi va kuchlanish

A va B nuqtalardagi potentsiallar farqi zaryadning bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga ko'chishidagi energetik o'zgarishni ifodalaydi. Elektr maydon A dan B ga q zaryadni ko'chirishda bajargan ish:

$$A_{AB} = q(\varphi_A - \varphi_B)$$

B va A orasidagi potentsiallar farqi $\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A$. Elektr texnikada ikki nuqta orasidagi kuchlanish ko'pincha $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$ ko'rinishda aniqlanadi; belgilash konvensiyasiga e'tibor berish zarur.

$$\varphi_B - \varphi_A = - \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Bir jinsli maydonda maydon yo'nalishi bo'ylab d masofa uchun potentsial kamayadi:

$$\varphi_B - \varphi_A = -Ed$$

4-misol

Parallel plastinalar orasidagi bir jinsli maydon $E = 4 \times 10^4 \text{ V/m}$. Maydon yo'nalishida 5 mm masofada joylashgan A va B nuqtalar uchun:

$$\varphi_B - \varphi_A = -4 \times 10^4 \cdot 5 \times 10^{-3} = -200 \text{ V}$$

Demak, B nuqtaning potentsiali A ga nisbatan 200 V past. $q = +2 \text{ } \mu\text{C}$ zaryad A dan B ga o'tsa, maydon bajargan ish $A_{AB} = q(\varphi_A - \varphi_B) = 4 \times 10^{-4} \text{ J}$.

Kattalik	Formula	SI birligi
Potensial energiya	$U = q\varphi$	J
Potensial	$\varphi = U/q$	V
Potensiallar farqi	$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A$	V
Maydon ishi	$A_{AB} = q(\varphi_A - \varphi_B)$	J

5. Ekvipotensial sirtlar

Potensial bir xil bo'lgan barcha nuqtalarning geometrik o'rni ekvipotensial sirt deyiladi. Ekvipotensial sirt bo'ylab ko'chishda $d\varphi = 0$ bo'lgani sababli elektr maydon bajargan ish nol. Elektrostatik maydon kuch chiziqlari ekvipotensial sirlarga har doim perpendikulyar.

E kuch chiziqlari ekvipotensial sirlarga perpendikulyar

Elektrostatik maydonda zaryad $+q$ hosil qilgan elektr maydon kuch chiziqlari (E) ekvipotensial sirlarga har bir nuqtada perpendikulyar bo'ladi.

Asosiy ma'lumotlar

- Markazda $+q$ nuqtaviy zaryad joylashgan.
- E kuch chiziqlari radial yo'nalishda chiqadi.
- Ekvipotensial sirtlar markazdan teng masofada bo'lgan konsentrik sferalardir (2D kesimda – aylanalar).
- Ekvipotensial sirtga o'tkazilgan urinma bo'yicha potensial o'zgarmaydi, demak E urinmaga perpendikulyar.

Perpendikulyarlik

Har qanday nuqtada:
 $E \perp d\vec{S}_\varphi$ (ya'ni $E \perp \nabla\varphi$)

Ekvipotensial sirtlar uchun potensial

Nuqtaviy zaryad $+q$ uchun:

$$\varphi(r) = \frac{kq}{r}$$

bu yerda $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ – Kulon doimiysi.
 r ortgan sari φ kamayadi.

Muhim xulosa

Elektrostatik maydonda:
 E kuch chiziqlari ekvipotensial sirlarga har doim perpendikulyar.

Kesim ko'rinishi

Ekvipotensial sirt bo'ylab siljishda potensial o'zgarmaydi: $d\varphi = 0$
 Shuning uchun: $E \perp$ (ekvipotensial sirt)

Belgilar

q – nuqtaviy zaryad (C)
 E – elektr maydon kuchlanganligi (N/C yoki V/m)
 φ – potensial (V)
 r – markazdan masofa (m)
 $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ – vakuum dielektrik singdiruvchanligi

3-rasm. Nuqtaviy zaryadning ekvipotensial chiziqlari va E kuch chiziqlari

Nuqtaviy zaryad uchun ekvipotensial sirtlar markazi zaryadda bo'lgan sferalardir. Ikki o'lchamli chizmada ular konsentrik aylanalar sifatida ko'rsatiladi. Bir jinsli elektr maydonda esa ekvipotensial sirtlar E ga perpendikulyar parallel tekisliklardan iborat.

5-misol: ekvipotensial sirt bo'ylab ko'chish

$q = 10 \text{ nC}$ zaryad $\varphi = 300 \text{ V}$ bo'lgan bitta ekvipotensial sirtning bir nuqtasidan boshqa nuqtasiga ko'chirildi. Boshlang'ich va oxirgi potentsiallar teng: $\varphi_A = \varphi_B$. Shuning uchun:

$$A_{AB} = q(\varphi_A - \varphi_B) = 0$$

Trayektoriya uzun bo'lishi mumkin, ammo elektrostatik kuchning jami ishi nol. Bu holat kuch va ko'chishning har bir nuqtada perpendikulyarligi bilan ham tushuntiriladi.

6. Potensial gradienti

Potensialning fazoda qanchalik tez va qaysi yo'nalishda o'zgarishini gradient operatori ifodalaydi. Elektr maydon kuchlanganligi potensialning manfiy gradientiga teng:

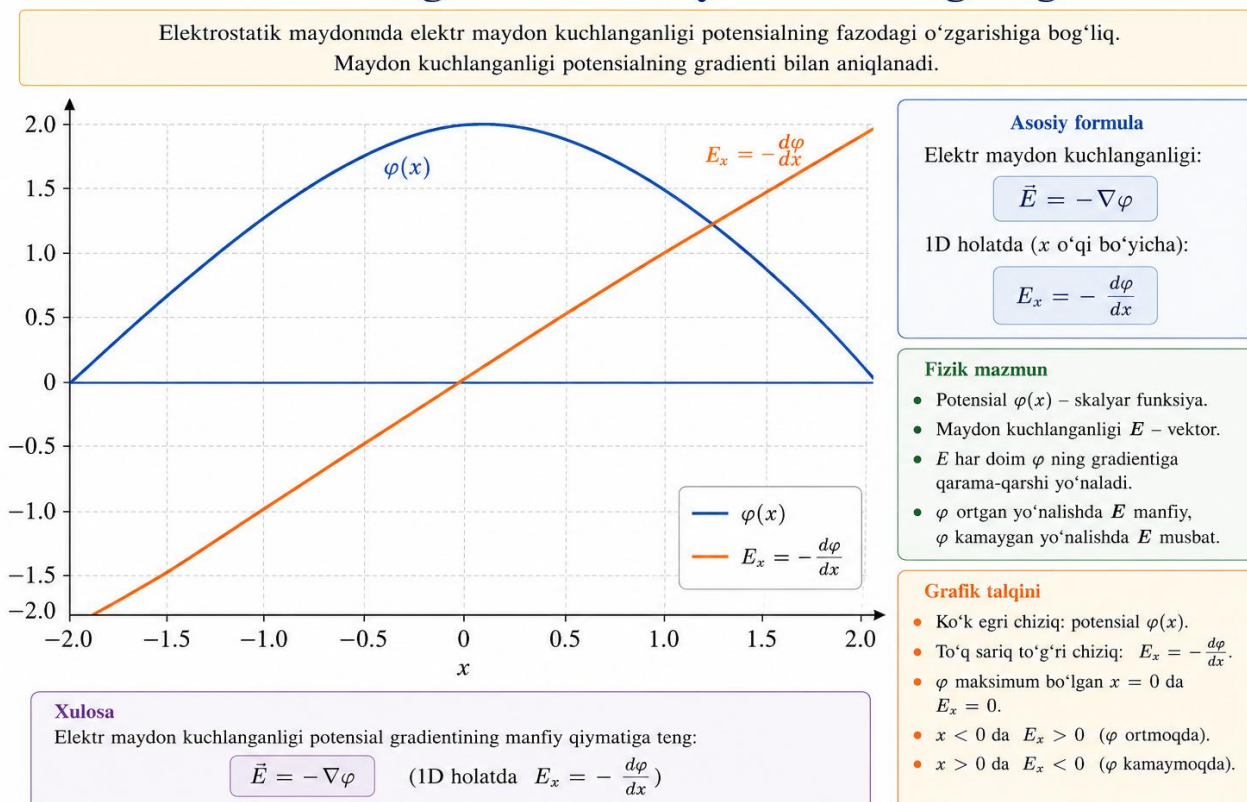
$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\nabla \varphi$$

Dekart koordinatalarida:

$$\vec{E} = -(\partial\varphi/\partial x)\vec{e}_x - (\partial\varphi/\partial y)\vec{e}_y - (\partial\varphi/\partial z)\vec{e}_z$$

Manfiy ishora E vektori potensial eng tez kamayadigan yo'nalishga qaraganini bildiradi. Bir o'lchamli holatda $E_x = -d\varphi/dx$. Shuning uchun $\varphi(x)$ grafigining qiyaligi qancha katta bo'lsa, elektr maydon moduli shuncha katta.

Potensial gradient va maydon kuchlanganligi



4-rasm. Potensial funksiyasi va uning manfiy hosilasi sifatidagi E_x

6-misol

Biror sohada potensial $\varphi(x) = 100 - 20x^2$ (V) qonun bilan berilgan, x metrda. Elektr maydon:

$$E_x = -d\phi/dx = 40x \text{ V/m}$$

$x = 0.50 \text{ m}$ nuqtada $E_x = 20 \text{ V/m}$ va $+x$ yoʻnalishda. $x = -0.50 \text{ m}$ da esa $E_x = -20 \text{ V/m}$, yaʼni $-x$ yoʻnalishda.

7. Potensialni bir nechta zaryadlar uchun hisoblash

Potensial skalyar boʻlgani sababli nuqtaviy zaryadlar sistemasida superpozitsiya prinsipi oddiy algebraik yigʻindi koʻrinishida yoziladi:

$$\phi = \sum \phi_i = (1/4\pi\epsilon_0) \sum (q_i/r_i)$$

Zaryad ishoralari albatta hisobga olinadi. Uzluksiz zaryad taqsimotida yigʻindi integral bilan almashtiriladi:

$$\phi = (1/4\pi\epsilon_0) \int dq/r$$

7-misol: ikki zaryad potentsiali

P nuqta $q_1 = +4 \text{ nC}$ zaryaddan $r_1 = 0.20 \text{ m}$, $q_2 = -2 \text{ nC}$ zaryaddan $r_2 = 0.10 \text{ m}$ masofada joylashgan. P dagi potensial:

$$\phi = k(q_1/r_1 + q_2/r_2)$$

$$\phi = 8.99 \times 10^9 [(4 \times 10^{-9}/0.20) - (2 \times 10^{-9}/0.10)] = 0 \text{ V}$$

P nuqtada potensial nol boʻlishi E ham nol degani emas. Potensial skalyar yigʻindi, E esa vektor yigʻindi orqali aniqlanadi. Shu sababli $\phi = 0$ boʻlgan nuqtada elektr maydon mavjud boʻlishi mumkin.

8-misol: potensialdan ishni topish

$q = -3 \text{ } \mu\text{C}$ zaryad $\phi_A = 120 \text{ V}$ nuqtadan $\phi_B = 20 \text{ V}$ nuqtaga koʻchadi. Maydon bajargan ish:

$$A_{AB} = q(\phi_A - \phi_B) = -3 \times 10^{-6} \cdot 100 = -3 \times 10^{-4} \text{ J}$$

Ish manfiy: manfiy zaryadning tabiiy elektr kuchi yuqori potensial tomonga yoʻnalgan, berilgan koʻchish esa unga qarama-qarshi.

8. Mavzuni oʻqitish va masala yechish algoritmi

Bosqich	Amal
1	Maydon bir jinslimi yoki zaryadlar tomonidan hosil qilinganmi — aniqlash.
2	Boshlangʻich va oxirgi nuqtalar A, B hamda zaryad q ni belgilash.
3	Ish soʻralsa $A = q(\phi_A - \phi_B)$ yoki $A = q \int E \cdot dl$ formulani tanlash.
4	Potensial soʻralsa nuqtaviy zaryadlar uchun $\phi = k \sum (q_i/r_i)$ dan foydalanish.
5	E potensial orqali soʻralsa $E = -\nabla\phi$ ni qoʻllash.
6	Ishora, birlik va maydon yoʻnalishini fizik jihatdan tekshirish.

Ilmiy-metodik tushuntirish uchun tayanch savollar

Nima sababdan elektrostatik maydon konservativ? Potensial nega skalyar kattalik? $\varphi = 0$ bo'lgan nuqtada E noldan farqli bo'lishi mumkinmi? Ekvipotensial sirt bo'ylab nima uchun ish bajarilmaydi? Nima sababdan E potensialning kamayish yo'nalishiga qaragan? Potensialning nol sathi o'zgartirilsa fizik kuzatiladigan potentsiallar farqi o'zgaradimi?

Ko'p uchraydigan xatolar

$A_{AB} = q(\varphi_A - \varphi_B)$ formuladagi potentsiallar tartibini almashtirish; potensial bilan potensial energiyani bir xil kattalik deb qabul qilish; volt va joule birliklarini aralashtirish; manfiy zaryad uchun ish ishorasini noto'g'ri talqin qilish; $E = -\text{grad}\varphi$ dagi manfiy ishorani unutish; potensial superpozitsiyasida zaryad ishoralarini tashlab ketish.

Dars metodikasi

Darsni avval bir jinsli maydonda ishni hisoblashdan boshlash, so'ng uch xil trayektoriya orqali konservativlikni ko'rsatish maqsadga muvofiq. Keyin potensial energiya va potensial kiritilib, potentsiallar farqi ish bilan bog'lanadi. Ekvipotensial chiziqlar va $\varphi(r)$ grafigi vizual tahlil qilingach, $E = -\nabla\varphi$ munosabatiga o'tish talabalarda kuch va energetik yondashuvlarning yaxlit tasavvurini shakllantiradi.

9. Mustahkamlash topshiriqlari va xulosa

Asosiy formulalar

Formula	Mazmuni
$dA = qE \cdot dl$	Elementar ish
$A_{AB} = q \int_{AB} E \cdot dl$	A dan B ga maydon ishi
$A_{AB} = U_A - U_B$	Ish va potensial energiya
$\varphi = U/q$	Elektr potentsiali
$\varphi = kQ/r$	Nuqtaviy zaryad potentsiali
$A_{AB} = q(\varphi_A - \varphi_B)$	Ish va potentsiallar farqi
$\varphi_B - \varphi_A = - \int_{AB} E \cdot dl$	Potentsiallar farqi va E
$E = -\nabla\varphi$	Potensial gradienti

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. $q = 5 \text{ } \mu\text{C}$ zaryad $E = 3 \times 10^4 \text{ N/C}$ bir jinsli maydonda 8 cm maydon yo'nalishida ko'chirildi. Ishni toping.
2. $+8 \text{ nC}$ nuqtaviy zaryaddan 0.30 m masofadagi potensialni hisoblang.
3. $q = 2 \text{ } \mu\text{C}$ zaryad 500 V potentsialli nuqtadan 100 V potentsialli nuqtaga o'tdi. Maydon ishini toping.
4. $\varphi(x) = 50 + 10x - 5x^2 \text{ V}$ bo'lsa, $E_x(x)$ ni va $x = 2 \text{ m}$ dagi qiymatini toping.
5. $+3 \text{ nC}$ va -6 nC zaryadlardan mos ravishda 0.10 m va 0.20 m masofadagi nuqtaning potensialini toping.

Xulosa

Elektrostatik maydonda bajarilgan ish maydonning energetik xususiyatlarini ochib beradi. Elektrostatik kuchlar konservativ bo'lgani uchun A dan B ga ko'chirishdagi ish trayektoriyaga bog'liq emas va potensial energiyaning kamayishiga teng. Potensial $\varphi = U/q$ maydonning skalyar energetik xarakteristikasi bo'lib, potenciallar farqi elektr maydon bajargan ishni birlik zaryadga nisbatan ifodalaydi. Ekvipotensial sirtlar bo'ylab ish nol, elektr maydon esa ularga perpendikulyar yo'naladi. $E = -\nabla\varphi$ munosabati maydonning kuch va energetik tavsiflarini yagona matematik tizimga birlashtiradi hamda potensial ma'lum bo'lganda elektr maydonni, elektr maydon ma'lum bo'lganda esa potenciallar farqini aniqlash imkonini beradi.

Tavsiya etiladigan adabiyotlar

1. Halliday D., Resnick R., Walker J. Fundamentals of Physics. Wiley.
2. Young H. D., Freedman R. A. University Physics with Modern Physics. Pearson.
3. Serway R. A., Jewett J. W. Physics for Scientists and Engineers. Cengage.
4. Griffiths D. J. Introduction to Electrodynamics. Cambridge University Press.